



# CALCUL TRIGONOMETRIQUE DU FLUX SOLAIRE REÇU PAR UN INDIVIDU

AREP

Édouard WALTHER  
edouard.walther@arep.fr

El Mehdi HAMDANI  
elmehdi.hamdani@arep.fr

AREP

16 avenue d'Ivry – 75013 Paris FRANCE

## Contexte

On s'intéresse ici au calcul du flux solaire absorbé par un individu. Une méthode de calcul trigonométrique suivie d'une intégrale élémentaire, permettant d'obtenir le flux arrivant sur un individu de forme cylindrique est présentée. Ce modèle est ensuite comparé à une méthode de calcul usuel.

## Méthode de l'intégrale cylindrique

### Composante directe

Considérons un plan vertical passant par le milieu d'un cylindre soumis à un rayonnement direct et réfléchi (voir figure ci-contre). Le flux direct  $\phi_b$  pour un azimut nul sur ce plan est donné en fonction du flux direct horizontal  $\phi_b^h$ , de l'angle d'incidence  $i$  et de la hauteur solaire  $h$  par la relation :

$$\phi_b = \phi_b^h \times \frac{\cos(i)}{\sin(h)}$$

Le flux direct  $\phi_b$  reçu par la surface directement éclairée du cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $H$  peut se calculer à partir du flux incident  $\phi_b$  avec l'intégrale suivante, illustrée par la figure ci-contre :

$$\phi_b = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \phi_b \cos \theta r H \cdot d\theta [W]$$

$$\phi_b = 2 \times \phi_b \times r \times H [W]$$

Avec  $r$  le rayon du cylindre et  $H$  la hauteur.

### Composante diffuse

Pour le calcul du flux diffus, le modèle anisotrope de Perez et al. (1987, 1990) est choisi comme étant le plus adapté à notre étude. Il intègre les contributions diffuses du dôme céleste, de l'horizon et du disque solaire, illustrées ci-contre.

Dans la suite, nous faisons l'hypothèse que le flux diffus provenant de la contribution circumsolaire arrive principalement de manière azimutale.

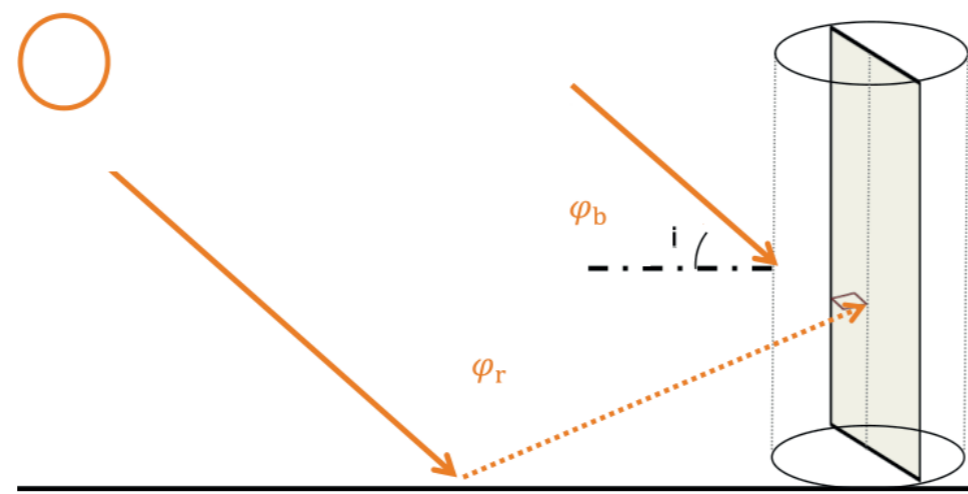
Le flux diffus  $\phi_d$  sur un plan quelconque est donné à partir du flux diffus horizontal au sol  $\phi_d^h$  de sorte que :

$$\phi_d = \phi_d^h \times \left( (1 - K1) \times \frac{1 + \cos \beta}{2} + K1 \times \frac{a}{b} + K2 \times \sin(\beta) \right)$$

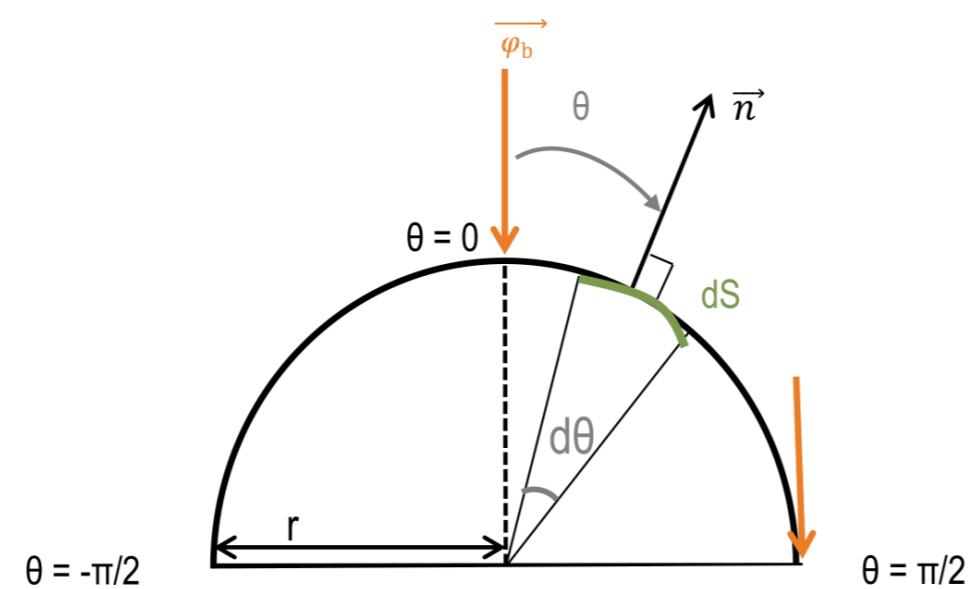
Où  $\beta = \frac{\pi}{2}$  est l'inclinaison de la surface réceptrice,  $K1$  et  $K2$  sont des coefficients pondérant les densités de flux circumsolaire et de l'horizon, qui évoluent dans le temps en fonction de la hauteur solaire et la localisation. Les coefficients  $a$  et  $b$  sont respectivement les cosinus des angles d'incidence et solaire zénithal.

À partir de l'équation ci-dessus, on écrit le flux diffus comme la somme des contributions de l'horizon  $\phi_d^h$  de l'éclairement circumsolaire  $\phi_d^{K1}$  et de la voûte céleste  $\phi_d^{K2}$  :

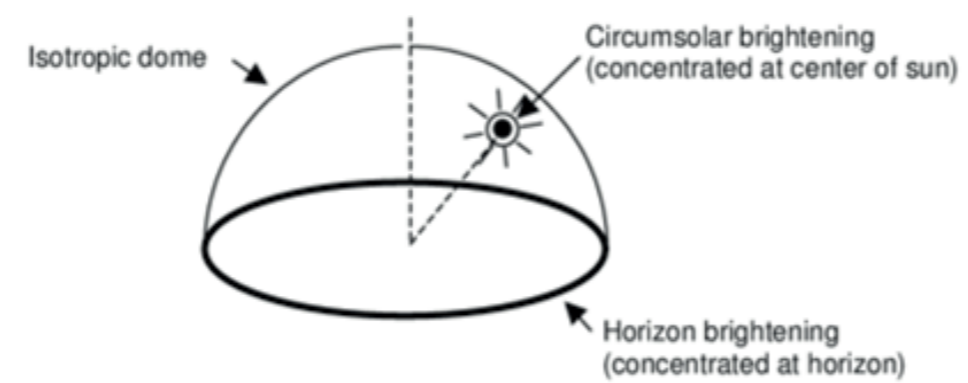
$$\phi_d = \phi_d^h + \phi_d^{K1} + \phi_d^{K2}$$



↑ Flux direct et réfléchi reçus sur un plan vertical-azimutal passant par le centre du cylindre avec un angle d'incidence  $i$

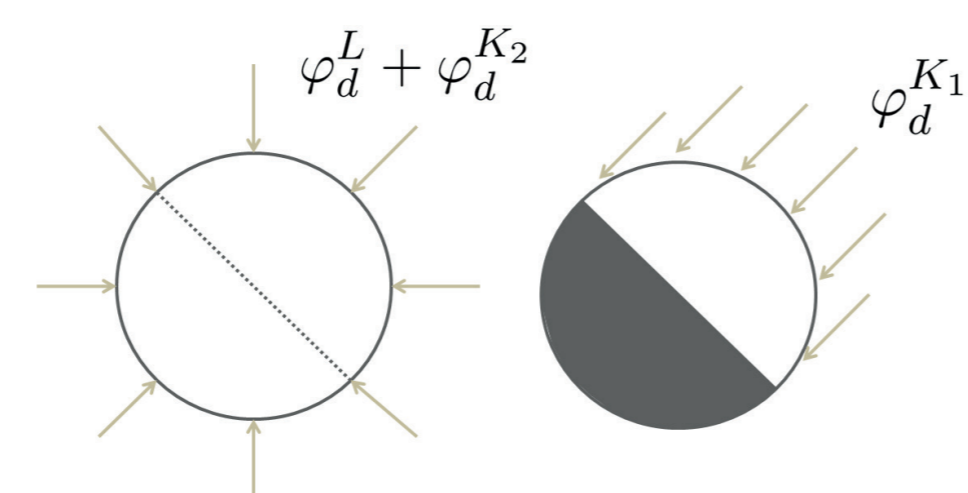


↑ Coupe du cylindre : flux direct reçu sur la partie éclairée et surface élémentaire exposée au rayonnement



↑ Représentation géométrique du modèle diffus de Perez (source : documentation DesignBuilder)

↓ Différenciation des flux diffus : isotropie pour les contributions de la voûte céleste et de l'horizon (gauche), anisotropie pour la contribution circumsolaire (droite)



On considère alors que le cylindre est éclairé de manière diffuse sur toute sa surface par la voûte céleste (contribution  $(1 - K1)$ ) et par l'horizon (contribution  $K2$ ), tandis que la contribution circumsolaire (contribution  $K1$ ) ne s'applique qu'à une moitié éclairée du cylindre (la figure ci-dessus illustre ce propos).

Le flux diffus reçu vaut ainsi :

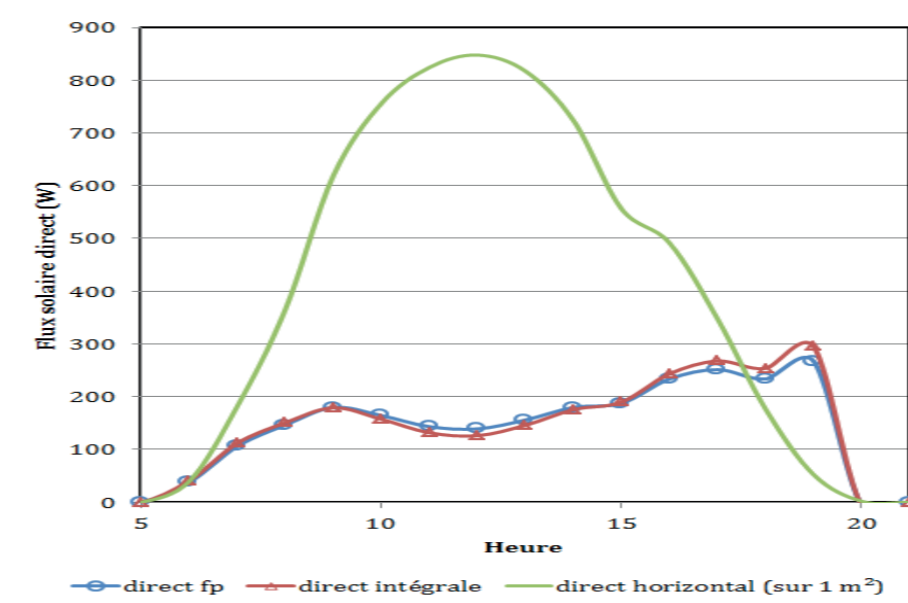
$$\phi_d = 2rH\phi_d^{K1} + 2\pi rH \times (\phi_d^h + \phi_d^{K2})$$

## Comparaison avec la méthode de calcul usuelle

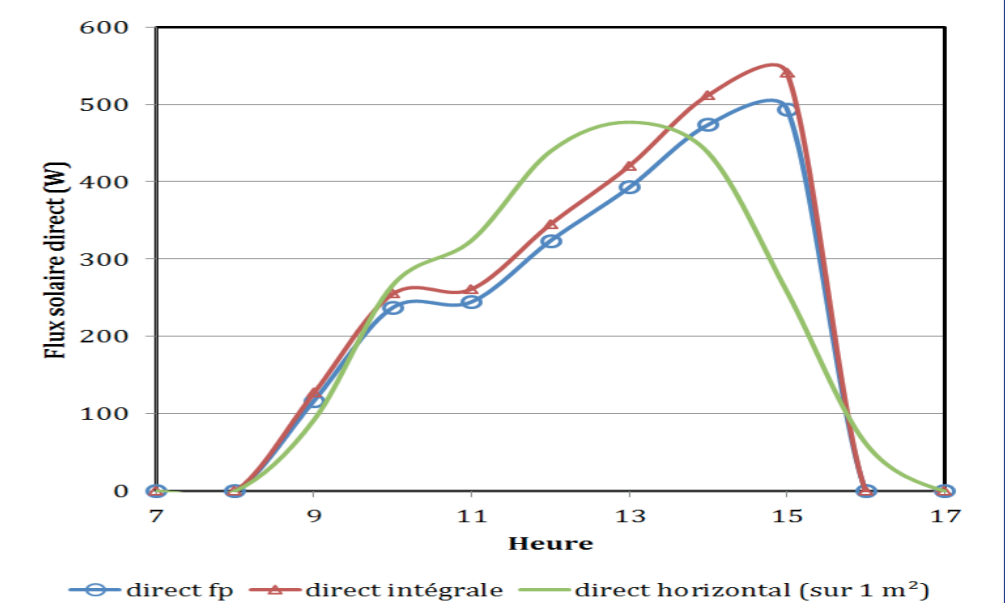
La méthode de calcul usuelle consiste à utiliser un facteur de projection du rayonnement  $f_p$ , qui dépend de la hauteur solaire [Pickup et al. 2000].

$$f_p = 0,42 \times \cos h + 0,043 \times \sin(h)$$

La pertinence de la méthode de l'intégrale cylindrique est évaluée pour le calcul des flux reçus par un cylindre de rayon  $r = 0,17$  [m] et de hauteur  $H = 1,73$  [m]. Les graphiques ci-dessous représentent le calcul du flux direct reçu sur une journée d'été et d'hiver, par la méthode du  $f_p$  et la méthode de l'intégrale.



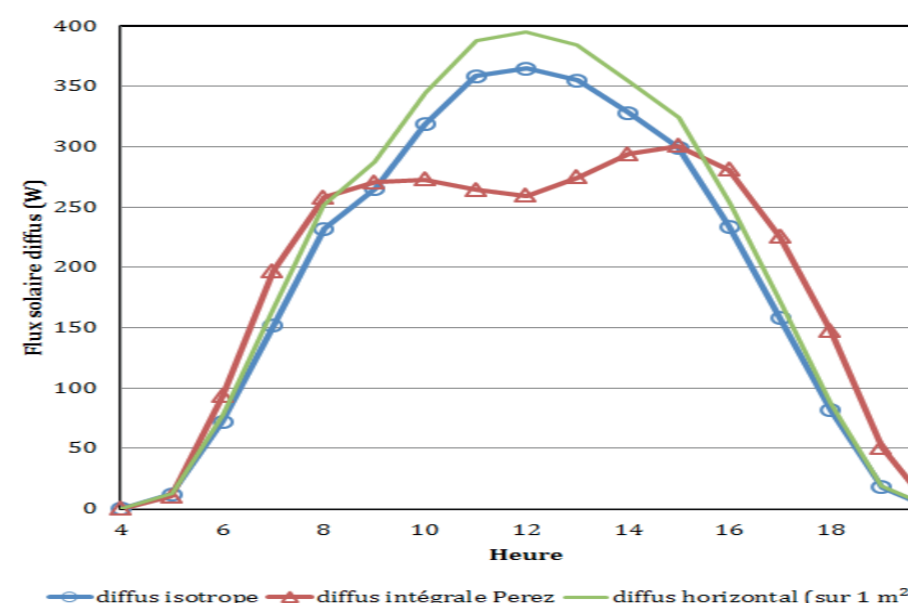
↑ Flux direct reçu sur une journée d'été



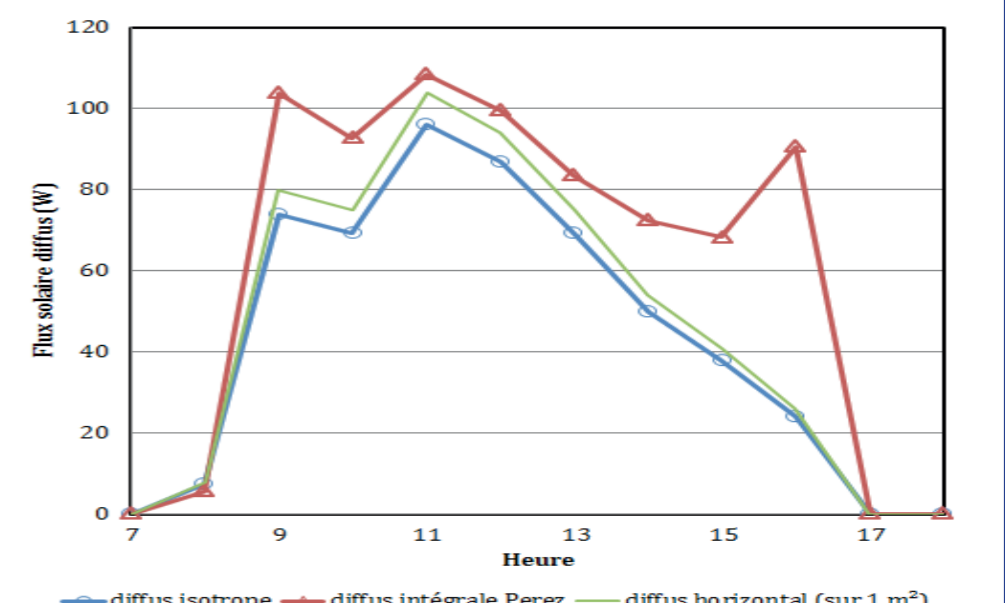
↑ Flux direct reçu sur une journée d'hiver

Les résultats très proches laissent à penser que le facteur  $f_p$  est déterminé à partir d'un calcul intégral similaire. Les différences entre les flux obtenus pourraient provenir du choix d'un couple  $(r, H)$  différent.

Les graphiques ci-dessous représentent le calcul du flux diffus reçu sur une journée d'été et d'hiver, pour un modèle isotrope et anisotrope.



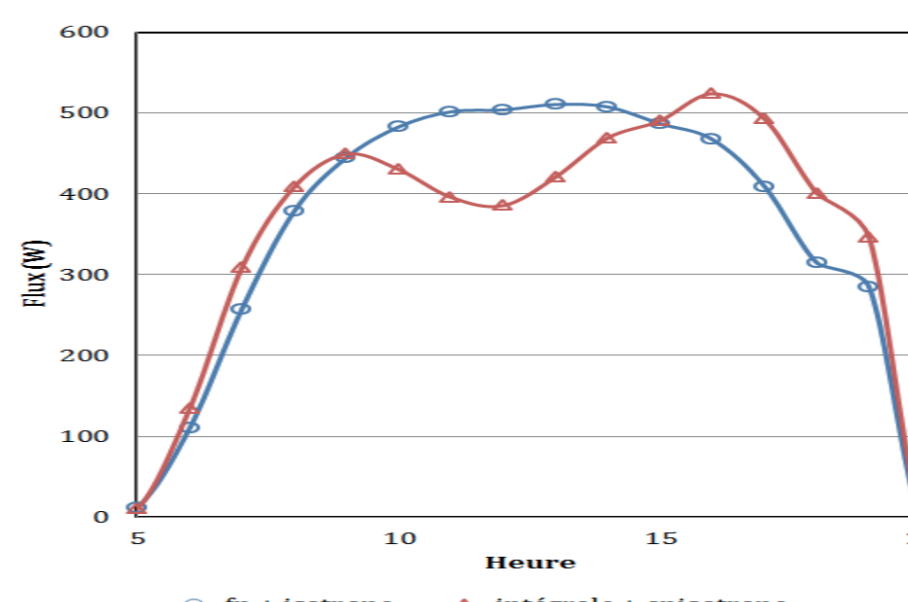
↑ Flux diffus reçu sur une journée d'été



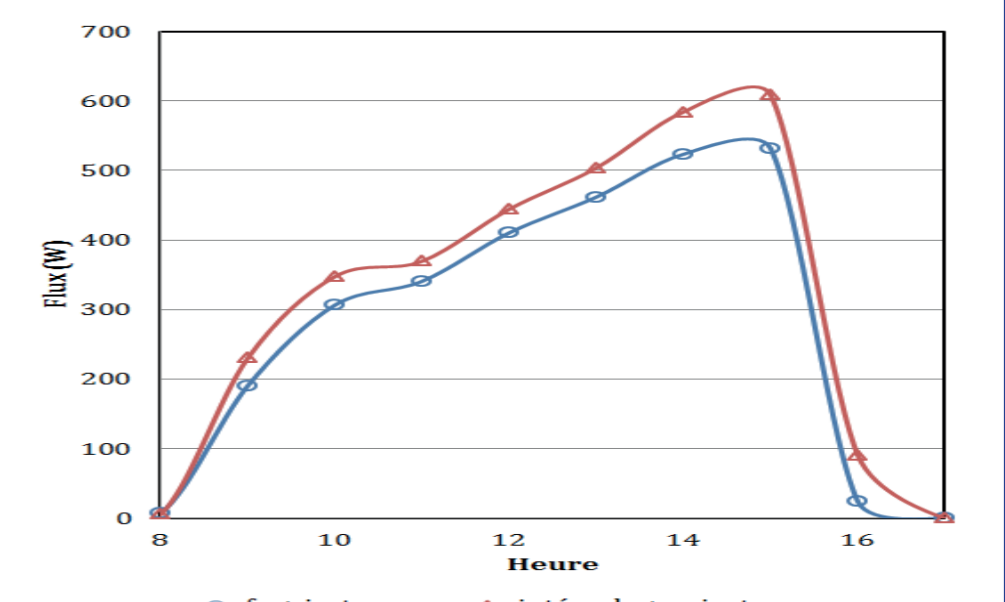
↑ Flux diffus reçu sur une journée d'hiver

Les résultats montrent qu'en été le flux diffus reçu, calculé de manière anisotrope, est plus faible que le flux obtenu avec l'hypothèse d'isotropie. En hiver le phénomène inverse est observé. Cette différence est causée par la position plus basse du soleil en hiver, qui entraîne une contribution plus importante du flux circumsolaire  $\phi_d^{K1}$ . Le calcul intégral pour la contribution circumsolaire occasionne une légère baisse du flux reçu en milieu de journée en été.

Les graphiques ci-dessous montrent la somme des flux direct et diffus sur une journée d'été et d'hiver.



↑ Flux total reçu sur une journée d'été



↑ Flux total reçu sur une journée d'hiver

On peut remarquer la baisse marquée du flux reçu vers 12h en été, ce phénomène est connu sous le nom de rechute zénithale (ou "daytime relapse"). Cette forte chute a été observée de manière expérimentale [Kántor et al. 2014] et numérique [Lindberg et al. 2008].

## Conclusion

La méthode de calcul des flux solaires sur un cylindre présentée dans ce travail montre un faible surcoût calculatoire par rapport aux méthodes classiques de détermination des flux directs.

La méthode a de plus l'avantage d'être cohérente avec la représentation cylindrique du corps humain utilisée dans les indicateurs de confort [Höppe 1993]. Elle reproduit aussi des phénomènes observés de manière expérimentale et numérique [Kántor et al. 2014].

Une poursuite de ce projet consistera à comparer la méthode de calcul présentée ici, aux résultats expérimentaux présentés par Chen et al [2014].

**Références**  
De Dear, R & Brager, G. S. (2001). The adaptive model of thermal comfort and energy conservation in the built environment. *International journal of biometeorology*, 45(2), 100-108.  
Gagge, A., Fobelets, A., & Berglund, L. (1986). A standard predictive index of human response to the thermal environment. *ASHRAE Transactions*, 14.  
Gros, A., Bozonnet, E., & Inard, C. (2011). Modelling the radiative exchanges in urban areas : A review. *Advances in Building Energy Research*, 5(1), 163-206.  
Kántor, N., Lin, T.-P., & Matzarakis, A. (2014). Daytime relapse of the mean radiant temperature based on the six-directional method under unobstructed solar radiation. *International journal of biometeorology*, 58(7), 1615-1625.  
Chen, Y.C., Lin T.P. & Matzarakis A. Comparison of mean radiant temperature from field experiment and modelling: a case study in Freiburg, Germany, *Theor Appl Climatol* (2014) 118:535-551